1/ Résoudre dans ℝ : $x + 5 = \dfrac{6}{2 - x}$.

Objectif : Se ramener à une équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$.

Conditions : Une fraction n'est calculable que si son dénominateur est non nul, d'où un domaine de définition à préciser : $\dfrac{6}{2-x}$ impose $x \neq 2$, soit $D = \mathbb{R} - \{+2\}$.

Résolution : $x + 5 = \dfrac{6}{2-x} \Rightarrow (x + 5)(2 - x) = 6$, soit $-x^2 - 3x + 10 = 6 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 25 \Rightarrow x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -4$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = +1$.

Les deux solutions respectent la conditions $x \neq 2$, donc sont recevables. $S = \{-4 ; +1\}$.

Remarque : $x^2 + 3x - 4 = 0$ vérifie $a + b + c = 0$, donc ses racines sont $x' = +1$ et $x'' = \dfrac{c}{a} = -4$.

2/ Résoudre dans ℝ : $x + 5 \leq \dfrac{6}{2 - x}$.

Remarque : On ne peut pas se débarrasser du dénominateur par un produit en croix, comme on l'a fait au 1/ .

En effet : $\dfrac{a}{b} < c \Leftrightarrow a < bc$ **si $b > 0$** (pas de changement de sens),

mais : $\dfrac{a}{b} < c \Leftrightarrow a > bc$ **si $b < 0$** (changement de sens).

Comme le signe de $2 - x$ varie selon les valeurs de x , par précaution, on ne supprime pas le dénominateur d'une inéquation (sauf si son signe est connu et fixe, comme pour $x^2 + 1$) .

Objectif : Ramener l'ensemble d'un même côté, pour obtenir **0** de l'autre côté, mettre au même dénominateur, et établir un tableau de signes.

Résolution : $x + 5 \leq \dfrac{6}{2-x} \Leftrightarrow x + 5 - \dfrac{6}{2-x} \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{(x+5)(2-x) - 6}{2-x} \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{-x^2 - 3x + 4}{2-x} \leq 0$,

En multipliant le numérateur et le dénominateur par -1 , pour normaliser les présentations :

$\dfrac{x^2 + 3x - 4}{x - 2} \leq 0$. On retrouve au numérateur l'équation du 1/ .

Remarque : Dans l'opération précédente, on ne change pas le sens de l'inéquation, car la multiplication simultanée du numérateur et du dénominateur ne change pas le signe de l'expression : $\dfrac{-a}{-b} = \dfrac{a}{b}$.

x	$-\infty$		-4		$+1$		$+2$		$+\infty$
$x^2 - 3x + 4$		+	0	–	0	+	|	+	
$x - 2$		–	|	–	|	–	0	+	
$\dfrac{x^2 + 3x - 4}{x - 2}$		–	0	+	0	–	‖	+	

On conclut : $S =]-\infty ; -4] \cup [+1 ; +2[$.