

1/ Calculer, en justifiant : a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{1+e^x}$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{1+e^x}$.

a) Si $x \rightarrow +\infty$, $e^x \rightarrow +\infty$ et $\frac{1}{e^x} \rightarrow 0$: $\frac{e^x}{1+e^x} = \frac{e^x}{e^x(\frac{1}{e^x} + 1)} = \frac{1}{\frac{1}{e^x} + 1}$, d'où $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{1+e^x}$.

b) Si $x \rightarrow -\infty$, $e^x \rightarrow 0$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{1+e^x} = \frac{0}{1+0} = 0$.

2/ Calculer, en justifiant : a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{xe^x + 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{xe^x + 1}$.

a) Si $x \rightarrow +\infty$, $e^x \rightarrow +\infty$ et $xe^x \rightarrow +\infty$, donc $xe^x + 1 \rightarrow +\infty$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{xe^x + 1} = \frac{1}{\infty} = 0$.

b) Si $x \rightarrow -\infty$, $e^x \rightarrow 0$ et $xe^x \rightarrow 0$, donc $xe^x + 1 \rightarrow 1$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{xe^x + 1} = \frac{1}{0+1} = 1$.