

Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$: $\begin{cases} e^x \times e^{2x-1} = 1 \\ e^{-x+1} \times e^y = e \end{cases}$.

$$\begin{cases} e^x \times e^{2x-1} = 1 \\ e^{-x+1} \times e^y = e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{x+2y-1} = e^0 \\ e^{-x+1+y} = e^1 \end{cases} . \text{ Sachant } e^a = e^b \Leftrightarrow a = b, \text{ on déduit } \begin{cases} x+2y-1=0 \\ -x+1+y=1 \end{cases} .$$

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ -x+y=0 \end{cases} \text{ implique, par addition, } \begin{cases} x+2y=1 \\ 3y=1 \end{cases}, \text{ soit } \begin{cases} x+2y=1 \\ y=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+\frac{2}{3}=1 \\ y=\frac{1}{3} \end{cases} \text{ soit } (x; y) = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right) .$$