

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

a)  $\ln\left(\frac{x-1}{x+2}\right) \leq 0$ .

$\ln\left(\frac{x-1}{x+2}\right)$  impose  $x+2 \neq 0$  et  $\frac{x-1}{x+2} > 0$ , soit  $D = ]-\infty; -2[ \cup ]+1; +\infty[$ .

$\ln\left(\frac{x-1}{x+2}\right) \leq 0 \Leftrightarrow 0 < \frac{x-1}{x+2} \leq 1$ . Au vu du domaine, il reste à imposer  $\frac{x-1}{x+2} \leq 1$ .

$$\frac{x-1}{x+2} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+2} - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x+2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{x+2} \leq 0 \Leftrightarrow x+2 > 0.$$

On conclue  $x > -2$ , soit  $S = ]+1; +\infty[$ , au vu du domaine de définition.

b)  $\frac{1 + \ln(x)}{1 - \ln(x)} > 1$ .

$\frac{1 + \ln(x)}{1 - \ln(x)}$  est calculable si et seulement si  $x > 0$ , pour que  $\ln(x)$  soit calculable, et que  $1 - \ln(x) \neq 0 \Leftrightarrow \ln(x) \neq 1$ ,

soit  $x \neq e$ . On déduit  $x \in ]0; e[ \cup ]e; +\infty[$ .

$$\frac{1 + \ln(x)}{1 - \ln(x)} > 1 \Leftrightarrow \frac{1 + \ln(x)}{1 - \ln(x)} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1 + \ln(x)}{1 - \ln(x)} - \frac{1 - \ln(x)}{1 - \ln(x)} > 0 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \ln(x)}{1 - \ln(x)} > 0.$$

Posons  $X = \ln(x)$ , d'où  $\frac{2X}{1-X} > 0 \Leftrightarrow 0 < X < 1 \Leftrightarrow 0 < \ln(x) < 1 \Leftrightarrow 1 < x < e$ .

On déduit :  $S = ]1; e[$ .