1/ Déterminer la primitive de $f(x) = (2x - 3)^2$ nulle en $x = +\dfrac{3}{2}$.

$(2x - 3)^2 = u^2$. Il faut se ramener à $u^2.u'$ pour trouver LES primitives (on dit « intégrer »).

$u = 2x - 3 \Rightarrow u' = 2$, donc $f(x) = (2x - 3)^2 = \dfrac{1}{2}(2x - 3)^2(2)$.

Les primitives de $u^2.u'$ sont $\dfrac{u^2}{3} + k$. $F_k(x) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3}(2x - 3)^2 + k$.

Comme $F_k(-\dfrac{3}{2}) = k$, on impose $k = 0$. D'où : $F(x) = \dfrac{1}{6}(2x - 3)^3$.

2/ Déterminer la primitive de $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 3 + \dfrac{1}{2x^2}$ nulle en $x = +1$.

Une primitive de x est $\dfrac{x^2}{2}$, et une primitive de $\dfrac{1}{x^2}$ est $-\dfrac{1}{x}$.

On notera : prim $(x) = x^2 + k$ et prim $(\dfrac{1}{x^2}) = -\dfrac{1}{x} + k'$.

D'où : $F_k(x) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{x^2}{2} + 3x + \dfrac{1}{2}(-\dfrac{1}{x}) + k$, soit $F_k(x) = \dfrac{1}{4}x^2 + 3x - \dfrac{1}{2x} + k$.

On impose $F_k(1) = 0$, soit $\dfrac{11}{4} + k = 0$, d'où : $F(x) = \dfrac{1}{4}x^2 + 3x - \dfrac{1}{2x} - \dfrac{11}{4}$.

3/ Déterminer la primitive de $f(x) = \dfrac{1}{(2x + 1)^2}$ nulle en $x = 0$.

prim $(\dfrac{u'}{u^2}) = -\dfrac{1}{u} + k$. D'où : prim $\left(\dfrac{2}{(2x + 1)^2}\right) = -\dfrac{1}{2x + 1}$.

On déduit : $F_k(x) = -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2x + 1}\right) + k$, avec $F_k(0) = -\dfrac{1}{2} + k$, soit $k = +\dfrac{1}{2}$.

On conclue : $F(x) = -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2x + 1}\right) + \dfrac{1}{2} = \dfrac{-1 + (2x + 1)}{2(2x + 1)} = \dfrac{x}{2x + 1}$.

4/ Déterminer la primitive de $f(x) = 6x^2(x^3 - 1)^3$ nulle en $x = 0$.

prim $(u^3.u') = \dfrac{1}{4}u^4 + k$.

$(u^4)' = 4u^3.u'$, donc $[(x^3 - 1)^4]' = 4(x^3 - 1)^3(3x^2) = 12x^2(x^3 - 1)^3$.

$f(x) = 6x^2(x^3 - 1)^3 \Rightarrow F_k(x) = \dfrac{1}{2}(x^3 - 1)^4 + k$, avec $F_k(0) = \dfrac{1}{2} + k$. On déduit : $F(x) = \dfrac{1}{2}(x^3 - 1)^4 - \dfrac{1}{2}$.

5/ Déterminer la primitive de $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{2x - 1}}$ nulle en $x = +1$.

$(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$, donc $(\sqrt{2x - 1})' = \dfrac{2}{2\sqrt{2x - 1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2x - 1}}$.

$f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{2x - 1}} \Rightarrow F_k(x) = 2\sqrt{2x - 1} + k$, avec $F_k(1) = 2 + k$.

On déduit : $F(x) = 2\sqrt{2x - 1} - 2 = 2(\sqrt{2x - 1} - 1)$.