Soit la suite (a_n) définie par $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} + 3n \end{cases}$, pour tout entier naturel $n \geq 2$.

Démontrer par récurrence que $a_n = \dfrac{3n(n+1)}{2}$.

Soit la proposition $P_n \mid a_n = \dfrac{3n(n+1)}{2}$.

a) <u>*Initialisation*</u> : P_1 vraie, puisque $a_1 = \dfrac{3(1+1)}{2} = 3$.

b) <u>*Hérédité*</u> : Soit P_n vraie ($a_n = \dfrac{3n(n+1)}{2}$) . Peut-on en déduire P_{n+1} vraie ($a_{n+1} = \dfrac{3(n+1)[(n+1)+1]}{2}$) ?

$a_{n+1} = a_n + 3(n+1) = \dfrac{3n(n+1)}{2} + 3(n+1) = 3(n+1)(\dfrac{n}{2} + 1) = \dfrac{3(n+1)(n+2)}{2} = \dfrac{3(n+1)[(n+1)+1]}{2}$.

c) <u>*Conclusion*</u> : P_n est vraie pour tout $n \geq 1$.