Suites Numériques – Forme Fonctionnelle – Forme Récurrente :

Forme fonctionnelle :

La suite $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ est identique à une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, limitée aux antécédents $n \in \mathbb{N}$.

$$u : n \to u(n) = u_n = \frac{2n+1}{n+1}.$$

Forme récurrente :

A partir d'une valeur de départ, les valeurs de la suite $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, se calculent de proche en proche, par une relation de récurrence $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 1}{u_n + 1} \end{cases}$.

Propriétés d'une suite numérique :

Suite u **constante** : $u_n = k$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Suite u **monotone**, **croissante** ou **décroissante** : $\begin{cases} u \text{ croissante} : u_{n+1} \geq u_n \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n \geq 0 \\ u \text{ décroissante} : u_{n+1} \leq u_n \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n \leq 0 \end{cases}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Suite u **majorée** par A : $u_n \leq A$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Suite u **minorée** par B : $u_n \geq B$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Suite u **bornée** par $A < B$: $B \leq u_n \leq A$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Convergence - Divergence d'une suite numérique :

Suite u **convergente** vers une limite L : $\lim_{n \to +\infty} u_n = L$.

(plus n devient infini, plus u_n se rapproche de L, jusqu'à se confondre avec L).

Suite u **divergente** : $\lim_{n \to +\infty} u_n = \pm\infty$.

Suite numérique Monotone et Bornée :

Toute suite u **strictement croissante**, et **majorée** par A, est **convergente** vers une limite L telle que $L \leq A$. .

Toute suite u **strictement décroissante**, et **minorée** par B, est **convergente** vers une limite L telle que $L \geq B$. .

Raisonnement par Récurrence :

On pose une **proposition de récurrence** P_n (seules réponses valables : Vrai ou Faux)

1/ **Initialisation** : On vérifie que P_0 ou P_1 est vraie.

2/ **Hérédité** : On suppose P_n vraie, et on vérifie qu'alors P_{n+1} est vraie (sous réserves que P_n le soit).

3/ **Conclusion** : On peut alors conclure que P_n est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.