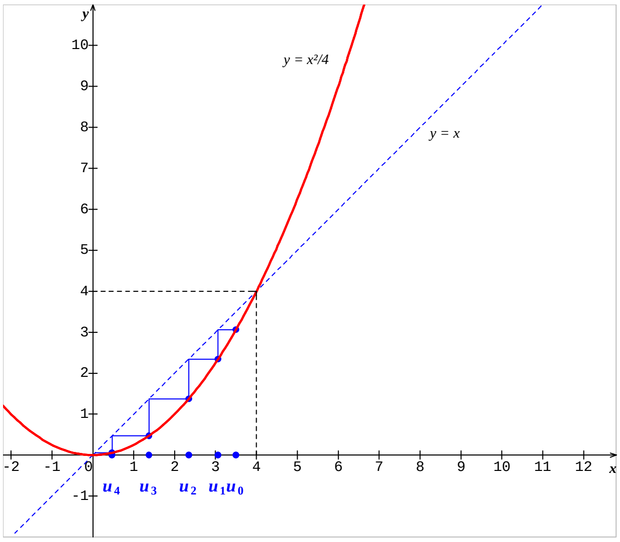
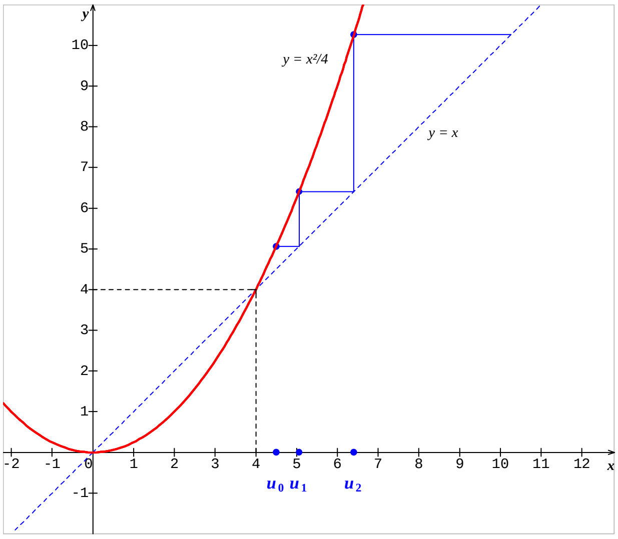
Soit la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 > 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n^{\,2}}{4} \end{cases}$ **, pour tout n entier naturel.**

A l'aide du graphique, déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ dans les trois cas suivants :

a) $0 < u_0 < 4$: On constate que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$ (suite u convergente vers 0).



b) $u_0 > 4$: On constate que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$ (suite u divergente vers $+\infty$).



c) $u_0 = 4$: La suite u est constante, telle que $u_n = 4$, pour tout n entier naturel.

En effet (récurrence) : $u_n = 4 \;\Rightarrow\; u_{n+1} = \dfrac{u_n^{\,2}}{4} = \dfrac{16}{4} = 4$.

Comme $u_0 = 4$, on déduit bien $u_n = 4$, pour tout n entier naturel.