

Soit la suite numérique u telle que $\begin{cases} u_2 = 2 \\ u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n \end{cases}$, pour tout $n \in \mathbf{N}$.

a) Exprimer u_n en fonction de n .

La suite u est géométrique, de raison $q = -\frac{1}{2}$.

On doit passer d'une écriture de u sous forme *récurrente*, à une forme *fonctionnelle*.

On sait que $u_n = u_p \cdot q^{n-p}$, d'où : $u_n = u_2 \cdot q^{n-2} \Leftrightarrow u_n = 2 \left(-\frac{1}{2}\right)^n$, pour tout $n \in \mathbf{N}$.

b) Calculer $S = \sum_{p=2}^9 u_p = u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_9$.

$$S = u_{1er\ terme} \cdot \frac{1 - q^{\text{nbre de termes}}}{1 - q} = u_2 \cdot \frac{1 - q^8}{1 - q} = 2 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^8}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = 2 \cdot \frac{1 - \frac{1}{256}}{1 + \frac{1}{2}} = 2 \times \frac{\frac{255}{256}}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3} \times \frac{255}{256}, \text{ soit } S = \frac{85}{64}.$$